Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2020

FSP-Teilprüfung: Mathematik W2

Datum: 15.06.2020

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

a) Bestimmen Sie alle ersten und zweiten Ableitungen von $f(x,y)=\left[\ln(x+1)\right]\cdot(y+1)$ $\quad \mathbb{D}_{fx}=\left]-1;\infty\right[,\ \mathbb{D}_{fy}=\mathbb{R}$ *(8 Punkte)*.

b) Zeichnen Sie für $f(x,y)=x^2-1+y$ die Niveaulinien zu den Niveaus $\overline{z}=0$ und $\overline{z}=1$ im Bereich $x\in[-2;2]$ *(4 Punkte)*.

Aufgabe 2

Kreuzen Sie jeweils das Feld mit der einzigen richtigen Antwort an.

- 1 Punkt für jede richtige Antwort,
- 0 Punkte für jede falsche bzw. fehlende Antwort.

a)	$f(x,y)=(y+2)^2+(x-4)^2$ hat den Tiefpunkt:			
	$P_{\min}(-2\|4\|0)$ ☐	$P_{\min}(2\|-4\|0)$ ☐	$P_{\min}(4\|-2\|0)$ ☐	$P_{\min}(-4\|2\|0)$ ☐
b)	Für $f(x)=\ln(5^x)$ $\quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ gilt $f'''(1)=$			
	1 ☐	0 ☐	-1 ☐	5 ☐
c)	$f(x)=e^x-2$ $\quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ hat ein globales Minimum an:			
	$x_{\min}=0$ ☐	$x_{\min}=1$ ☐	$x_{\min}=-1$ ☐	keines ☐
d)	Die kleinste Determinante von $A=\begin{pmatrix} t^2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad t\in\mathbb{R}$ ist:			
	$\det A=-4$ ☐	$\det A=0$ ☐	$\det A=4$ ☐	keine ☐
e)	Geordnete Urliste: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4			
	$x_{\mathrm{mod}}<x_{med}$ ☐	$x_{\mathrm{mod}}=x_{med}$ ☐	$x_{med}=\overline{x}$ ☐	$x_{\mathrm{mod}}=\overline{x}$ ☐

f)	$f(x)=\ln(x^2-1)$ $\quad \mathbb{D}_f=\{x\in\mathbb{R} \mid x\neq -1 \wedge x\neq 1\}$ hat die Nullstellen:			
	$x_N=-\sqrt{2},\ x_N=\sqrt{2}$ ☐	$x_N=0$ ☐	$x_N=0,\ x_N=1$ ☐	$x_N=1,\ x_N=-1$ ☐
g)	$f(x)=x^2+2\cdot x+2$ $\quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ eine Tangente mit der Steigung $m=1$ an der Stelle:			
	$x=2$ ☐	$x=-0{,}5$ ☐	$x=0$ ☐	$x=1$ ☐
h)	Für $f(x)=100-x^2$ $\quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ gilt $\varepsilon(5)=$			
	$1{,}5$ ☐	$\frac{2}{3}$ ☐	$-0{,}\overline{6}$ ☐	$-\frac{3}{2}$ ☐
i)	$f'(x)=2\cdot e^{4\cdot x}$ ist die erste Ableitung von			
	$f(x)=0{,}5\cdot e^{4\cdot x}$ ☐	$f(x)=2\cdot e^{4\cdot x}$ ☐	$f(x)=2\cdot e^{2\cdot x}$ ☐	$f(x)=4\cdot e^{2\cdot x}$ ☐
j)	$A=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -12 & -7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow -A^T=$			
	$\begin{pmatrix} -7 & 3 \\ -12 & 5 \end{pmatrix}$ ☐	$\begin{pmatrix} -7 & -12 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ ☐	$\begin{pmatrix} -5 & 12 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ ☐	$\begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$ ☐
k)	$f(x)=(x-1)^2+1$ ist streng monoton fallend an der Stelle:			
	$x=0$ ☐	$x=2$ ☐	$x=1$ ☐	$x=3$ ☐
l)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^x}{x}=$			
	$-\infty$ ☐	$-e$ ☐	0 ☐	∞ ☐

(12 Punkte)

Aufgabe 3

a) Lösen sie das lineare Gleichungssystem:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \end{array}\right)$$ *(6 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie die Determinante folgender Matrix:

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 4 & -6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$ *(6 Punkte)*.

Aufgabe 4

Wir haben die Funktion $f(x) = -x^3 + 3 \cdot x \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen *(2 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt mit der y-Achse *(1 Punkt)*.

c) Bestimmen Sie sämtliche Hochpunkte und Tiefpunkte. Geben Sie auch an, um welche Art von Minimum oder Maximum es sich jeweils handelt *(5 Punkte)*.

d) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte, und geben Sie an, in welchen Bereichen die Funktion streng konvex bzw. streng konkav verläuft *(4 Punkte)*.

Aufgabe 5

Ein Markforschungsinstitut hat für verschiedene Marktpreise p_x eines Gutes die Gesamtnachfrage X bestimmt:

Marktpreis	8€	10€	12€	14€	16€
Gesamtnachfr.	35.000 Stk.	30.000 Stk.	27.000 Stk.	22.000 Stk.	17.500 Stk.

a) Welche Art von Korrelation besteht zwischen dem Marktpreis und der Gesamtnachfrage? Interpretieren sie Ihr Ergebnis. Rechnen Sie bei allen Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau.

Hinweise:

- durchschnittlicher Preis: 12€,
- Standardabweichung des Preises: 2,8284€.

(8 Punkte)

b) Bestimmen Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate die lineare Gesamtnachfragefunktion $x = X^{NG}(p_x)$, und zeichnen Sie diese in ein Streudiagramm der Beobachtungswerte *(4 Punkte)*.